

2006年 東大数学 文系第2問

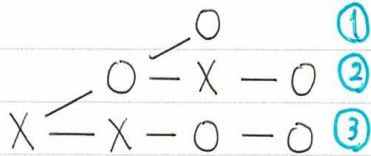
理系第2問

文系(1) 理系(1) (P_2 を求めよ)

Xが3回表示される前に、Oが2個表示される確率を求めよ。

樹形図を描くと。

設定が複雑だから、法則が読みとれないときは、具体的には調べて、法則を探る。



この確率は、上から

$$\begin{cases} (1-p) \times p & = p(1-p) \\ (1-p) \times (1-p) \times p & = p(1-p)^2 \\ p \times (1-p) \times p & = p^2(1-p) \end{cases}$$

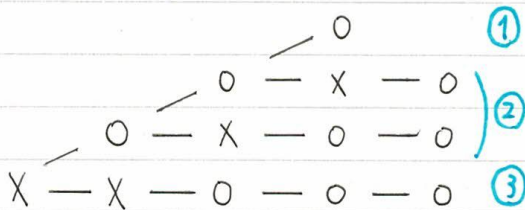
よって、

$$p(1-p) + p(1-p)^2 + p^2(1-p) = (1-p)(2p^2 - p + 1) //$$

文系(2) (P_3 を求めよ)

Xが3回表示される前に、Oが3回表示される確率を求めよ。

樹形図を描くと。



この確率は、上から

$$\begin{cases} (1-p) \times p \times p & = p^2(1-p) \\ (1-p) \times p \times (1-p) \times (1-p) & = p(1-p)^3 \\ (1-p) \times (1-p) \times (1-p) \times p & = p(1-p)^3 \\ p \times (1-p) \times p \times p & = p^3(1-p) \end{cases}$$

同じ確率になる

よって、 n に一般化してきくと、

$$p^2(1-p) + p(1-p)^3 + p(1-p)^3 + p^3(1-p) = p(1-p)(3p^2 - 3p + 2) //$$

文系(3) 理系(2) (P_n を求めよ)

理系受験生でも、法則がわからない場合は、文系(2)のように P_3 を求めてみよと良い。それでもわからなければ、 P_4 を求めてもよい。

P_2, P_3 の時に書いた樹形図から、3問4-2にまとめられる。

① X-O-O-...-O Xははじめの1回だけ

② X-O-...-X-...-O 真ん中でしかXがく

③ X-X-O-...-O-...-O はじめにXが2連続

①の確率は、 $(1-p) \times p^{n-1} = (1-p)p^{n-1}$

②の確率は、 $(1-p) \times {}_{n-1}C_1 (1-p)^2 \times p^{n-2} = (n-1)(1-p)^3 p^{n-2}$

③の確率は、 $p \times (1-p) \times p^{n-1} = (1-p) \cdot p^n$

よって、これらの確率を全て足して、

$$(1-p) \cdot p^{n-1} + (n-1) \cdot (1-p)^3 \cdot p^{n-2} + (1-p) \cdot p^n$$

$$= \dots = (1-p^2) \cdot p^{n-1} + (n-1) (1-p)^3 \cdot p^{n-2} //$$